

# 曜日の計算

## 概要

日付から、曜日を求める方法をみていく。

## 目次

<b>1</b>	<b>はじめに</b>	<b>2</b>
1.1	曜日の求め方 . . . . .	2
1.2	通日 . . . . .	2
1.3	ユリウス日 . . . . .	2
1.4	日付の表し方 . . . . .	3
<b>2</b>	<b>通日</b>	<b>3</b>
2.1	時刻を日に変換 . . . . .	3
2.2	ひと月の中での通日 . . . . .	4
2.3	1年の中での通日 . . . . .	4
2.4	1年の中での通日 (別の方法) . . . . .	5
2.5	西暦年の変換 . . . . .	5
2.6	紀元前 . . . . .	5
<b>3</b>	<b>ユリウス暦</b>	<b>6</b>
3.1	はじめに . . . . .	6
3.2	通日 . . . . .	6
3.3	ユリウス日 . . . . .	7
<b>4</b>	<b>グレゴリオ暦</b>	<b>7</b>
4.1	はじめに . . . . .	7
4.2	通日 . . . . .	7
4.3	ユリウス日 . . . . .	8
<b>5</b>	<b>曜日</b>	<b>8</b>
5.1	はじめに . . . . .	8
5.2	グレゴリオ暦 . . . . .	8

## 1 はじめに

西暦2000年1月1日は何曜日か。これを求める式がある。その式が得られる過程をみていく。

### 1.1 曜日の求め方

次は、ある月のカレンダーとする。

月	火	水	木	金	土	日
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

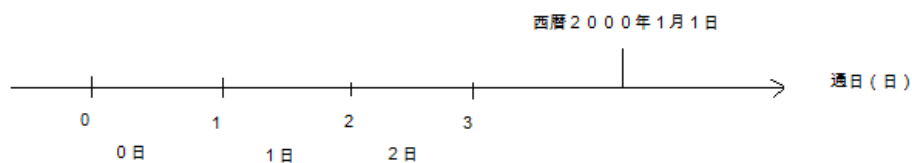
月曜日は1、8、15、22、29日である。7ずつ増えているから次のようになる。

7で割って1余る日は月曜日

こうして、曜日を求めることができる。

### 1.2 通日

日付から曜日を求める方法は、次のようなものである。



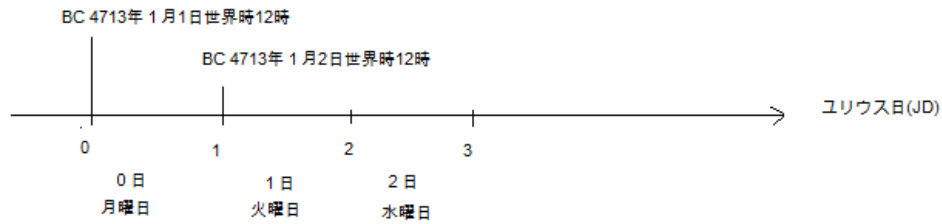
この図は、単位が1日の数直線である。これに日付を対応させれば曜日が求められる。これを通日という。

### 1.3 ユリウス日

基準とする通日は、ユリウス日（通日）である。これは次のようなものである。

太陽を基準とし、1日を定義する。太陽が南中し、次に南中するまでを1日とする。即ち、1日の始まりは昼の12時である。これは、現在と異なるから注意が必要である。そして次のようになっている。

ユリウス暦 BC4713 年 1 月 1 日世界時 12 時を起点 (0) とした通日



この数直線がユリウス日である。そして、0日は月曜日である。これで曜日が求められる。

さて、これはユリウス暦である。よって、ユリウス暦からユリウス日を求める方法を考えればよい。現在は、グレゴリオ暦であるが、これはユリウス暦を手直したものである。違いはうるう年の扱いだけである。よって、グレゴリオ暦から通日を求める方法は少しの手直しで済む。グレゴリオ暦からユリウス日を求めるには、次のことを使う。

ユリウス暦 1582 年 10 月 5 日 (木) の翌日は、グレゴリオ暦 1582 年 10 月 15 日 (金)

## 1.4 日付の表し方

これから扱っていく日付の表し方を決めておく。

西暦 2 0 0 0 年 1 月 1 日 1 2 時

のようなものを、次のように表すことにする。

西暦 YY 年 MM 月 DD 日 HH 時

または、

AD YY 年 MM 月 DD 日 HH 時

## 2 通日

### 2.1 時刻を日に変換

1日のはじまりの違いから、時刻を日に変換する必要がある。

1日は24時間である。だから、1時間は $\frac{1}{24}$ 日である。よって、時刻を日に変換する式は次のようになる。

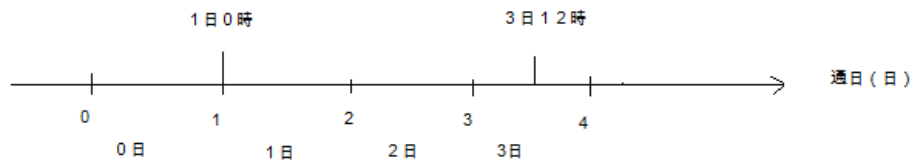
$$h = \frac{HH}{24}(\text{日})$$

(例) 12時を日に直す。

$$h = \frac{12}{24} = 0.5(\text{日})$$

## 2.2 ひと月の中での通日

ある月の中での通日を考える。通日（数直線）において、1日0時を、目盛りを1とする。このとき、3日12時は次のようになる。



## 2.3 1年の中での通日

1年の中での通日を考える。日に、1、2、3のように、通し番号を付ければよい。しかし、1月1日から付け始めると大変である。うるう年の調整は2月で行われるから、年によって2月の日数が変わる。だから、2月は最後にする。3月1日から付け始めればうまくいく。

では、各月の日数は次のようになる。

月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月
日数	31日	30日	31日	30日	31日	31日	30日	31日	30日	31日	31日	

よって、次のようになる。

$$3月1日 \cdots 1日$$

$$4月1日 \cdots 1 + 31 = 32日$$

4月ならば、日に31を加えればよい。月によって加える数は次のようになる。

月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	1月	2月
加える数	0	31	61	92	122	153	184	214	245	275	306	337

さて、加える数を導く式がある。それを見ていく。

まず、2月を除いて、ひと月あたりの平均日数を計算する。31日あるのは7つの月で、30日あるのは4つの月があるから、次のようになる。

$$\begin{aligned} & (31 \times 7 + 30 \times 4) \div 11 \\ & = 337 \div 11 \\ & = 30.63 \end{aligned}$$

ひと月あたりの日数は、30.6日である。さて、この数に近い数30.59には面白い性質がある。次の式を計算してみる。

$$[30.59 \times n] - 30$$

この  $n$  に  $1, 2, 3 \dots$  と代入して計算すると次のようになる。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	0	31	61	92	122	153	184	214	245	275	306	337

加える数が現れる。よって、3月1日を1日とすれば、次のようにして通日を計算することができる。ただし、次の年の1月、2月は13月、14月と変換する。

3月1日から、翌年の2月末日までの通日を求める式

$$[(MM - 2) \times 30.59] - 30 + DD$$

(例) 2月28日の通日を求める。

$$[(14 - 2) \times 30.59] - 30 + 28 = 365 \text{ (日)}$$

## 2.4 1年の中での通日（別の方法）

加える数を導く式は他にもある。次の式の  $n$  に  $4, 5, 6 \dots$  と代入して計算する。

$$[30.6001 \times n] - 122$$

n	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	0	31	61	92	122	153	184	214	245	275	306	337

加える数が現れる。よって、この場合の通日を導く式は次のようになる。

$$[(MM + 1) \times 30.6001] - 122 + DD$$

## 2.5 西暦年の変換

通日は、3月1日から数えるから、西暦  $YY$  年も変換して計算する必要がある。それは、1月と2月は前の年にすることである。

西暦  $YY$  年  $MM$  月で、もし、 $MM < 3$  のとき、

$$\begin{cases} \text{年} \dots YY - 1 \\ \text{月} \dots MM + 12 \end{cases}$$

## 2.6 紀元前

紀元前の場合を扱う。AD 1年の前の年は、BC 1年である。そこで、BC 1年は、AD 0年と考えれば連続することになる。よって、紀元前を含めれば、次のようにすればよい。

西暦 YY 年で、もし、BC 年のとき、

$$\text{年} \cdots \text{YY} = -\text{YY} + 1$$

### 3 ユリウス暦

#### 3.1 はじめに

いよいよ日付から通日を求める所に来た。まずは、ユリウス暦の場合から見ていく。

ユリウス暦でのうるう年  $\cdots$  西暦 YY 年が 4 の倍数のとき、2月を 1 日増やす

#### 3.2 通日

西暦 1 年 3 月 1 日 0 時を、1 日としたときの通日を求める。西暦 1 年は 365 日あるから、西暦 2 年 3 月 1 日は 366 日となる。西暦 2 年では、日に 365 を加えればよい。各年の日数は次のようになる。

西暦	1	2	3	4	5	6	7	8
日数	365	365	366	365	365	365	366	365

ここで注意するのは、うるう年である。うるう年は西暦 4 年であるが、1 日増えるのは 2 月である。だから、前の年の西暦 3 年の日数を増やしている。次は、加える数である。

西暦	1	2	3	4	5	6	7	8
日数	0	365	730	1096	1461	1826	2191	2557

今度は、4 の倍数のときに 1 日が増える。では、この数を求める式について見ていく。

さて、4 年で 1 日増えるから、1 年あたりの日数は次のようになる。

$$365 + \frac{1}{4} = 365.25$$

よって、次の式が得られる。

$$[365.25 \times n] - 365$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8
式の値	0	365	730	1096	1461	1826	2191	2557

よって、西暦 1 年 3 月 1 日 0 時を、1 日としたときの通日は次の式から導かれる。

西暦年を変換して、西暦 y 年 m 月 d 日 h 時とする。

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24}$$

### 3.3 ユリウス日

ユリウス暦からユリウス日を求める。それは、ユリウス暦 BC 4713 年 1 月 1 日 12 時を計算すればよい。

$$\begin{aligned}y &= (-4713 + 1) - 1 \\m &= 1 + 12 = 13 \\h &= 12\end{aligned}$$

より、

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24} = -1721481.5$$

これが 0 日になればよいから、ユリウス暦からユリウス日を求める式が得られた。

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24} + 1721481.5$$

## 4 グレゴリオ暦

### 4.1 はじめに

現在の暦は、グレゴリオ暦である。これは、ユリウス暦を手直しされたものであるから、少しの変更で済む。

うるう年・・・西暦 YY 年が 4 の倍数のとき、2 月が 1 日増やす。ただし、100 で割り切れ、かつ 400 で割り切れない年は平年とする。

### 4.2 通日

まず、西暦 1 年 3 月 1 日 0 時を 1 日としたときの通日を求める。ユリウス暦がそのまま使えるが、最初に影響するのは西暦 100 年である。この年は平年になるからユリウス暦から 1 日減らせばよい。ただし、西暦 100 年 2 月は前の年と考えるから、99 年が 1 日減ることになる。ユリウス暦から引くべき数は次のようになる。

n	1	100	200	300	400	500	600	700	800
うるう年	0	-1	-1	-1	0	-1	-1	-1	0
引く数	0	-1	-2	-3	-3	-4	-5	-6	-6

400 年や 800 年は平年だから、引いてはいけない。さて、これは次の式で求めることができる。

$$- \left[ \frac{y}{100} \right] + \left[ \frac{y}{400} \right]$$

よって、西暦 1 年 3 月 1 日 0 時を 1 日とすれば、変換後の西暦 y 年 m 月 d 日 h 時を使えば次の式となる。

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24} - \left[ \frac{y}{100} \right] + \left[ \frac{y}{400} \right]$$

### 4.3 ユリウス日

ユリウス暦 1582 年 10 月 4 日（木）の翌日は、グレゴリオ暦 1582 年 10 月 15 日（金）である。これを使ってグレゴリオ暦からユリウス日を求める式が導ける。

ユリウス暦 1582 年 10 月 5 日のユリウス日は、229160.5 日。グレゴリオ暦 1582 年 10 月 15 日を計算する。

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24} - \left[ \frac{y}{100} \right] + \left[ \frac{y}{400} \right] = 577677$$

これらは同じ日だから次の数が得られる。

$$229160.5 - 577677 = 1721483.5$$

よって、グレゴリオ暦からユリウス日を求める式は次のようになる。

$$[365.25 \times y] - 365 + [30.59 \times (m - 2)] - 30 + d + \frac{h}{24} - \left[ \frac{y}{100} \right] + \left[ \frac{y}{400} \right] + 1721483.5$$

## 5 曜日

### 5.1 はじめに

ユリウス日において、0 日は月曜日である。よって、曜日は次のようになる。

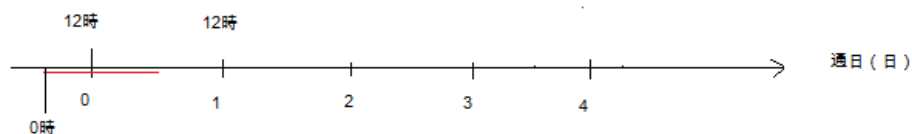
(ユリウス日 + 1) を 7 で割った余り

余り	1	2	3	4	5	6	0
曜日	月	火	水	木	金	土	日

昼の 12 時で日付が変わる場合はこれでよい。

### 5.2 グレゴリオ暦

夜の 0 時に日付が変わる場合を考える。



0 日 0 時は、ユリウス日でいうと、-0.5 日になる。ここから月曜日と考えるので、次の式で曜日を求めればよい。

(ユリウス日 + 1 + 0.5) を 7 で割った余り